Über das Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon

P. Mittelstaedt

Institut für Theoretische Physik der Universität zu Köln

(Z. Naturforsch. **29 a**, 539—548 [1974]; eingegangen am 16. Januar 1974)

On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox

The EPR experiment is analysed in terms of ordinary quantum mechanics and shown to be compatible with the orthodox interpretation of this theory. There is no need to refer to Bohrs resolution of the EPR paradox, nor is it necessary to assume any further unusual properties of the quantum physical reality. In particular, it is shown that the EPR experiment does not contradict the fact that incommensurable properties cannot be objectivized simultaneously in a quantum mechanical system, and that the measuring process can be understood in terms of quantum theory as an interaction of the measuring apparatus and the object system.

From these results it follows that there is no reason to search for modifications of the quantum theory which might be more convenient for a realistic interpretation of the EPR experiment. Furthermore, the EPR experiment cannot be used as a motivation for introducing hidden variables into the quantum theory. Experimental investigations which try to test quantum mechanics in respect to the possibility of introducing local hidden variables can therefore not be justified by the EPR paradox.

Einleitung

Das von Einstein, Podolsky und Rosen [1] im Jahre 1935 vorgeschlagene Gedankenexperiment (im folgenden als EPR bezeichnet) ist in den letzten Jahren von zahlreichen Autoren erneut diskutiert worden. Der Grund dafür, daß dieses schon in den dreißiger Jahren eingehend behandelte Problem wieder zum Gegenstand theoretischer und experimenteller Untersuchungen geworden ist, ist wohl vor allem in folgendem Umstand zu suchen: Die im Anschluß an die Publikation der Arbeit von Einstein, Podolsky und Rosen von Bohr [2] angegebene Widerlegung der EPR-Argumentation basiert auf der Bohrschen Interpretation der Quantentheorie und ist ohne diese Interpretation nicht aufrecht zu erhalten. Da die meisten Physiker heute zu einer mehr realistischen Interpretation — der sog. orthodoxen Interpretation der Quantentheorie — neigen, kann von ihnen die Bohrsche Widerlegung des EPR-Arguments nicht verwendet werden. Die „orthodoxe" Interpretation der Quantentheorie ist daher erneut mit dem Problem konfrontiert, das EPR-Experiment als ein quantenmechanisches Experiment zu verstehen.

Die Schwierigkeiten, das EPR-Experiment im Rahmen dieser orthodoxen Interpretation zu verstehen, rühren daher, daß dieses Experiment der These von der Nichtobjektivierbarkeit quantenmechanischer Eigenschaften zu widersprechen scheint, und daß es weiterhin einer quantenmechanischen Theorie des Meßvorgangs zu widersprechen scheint, die den Meßprozeß selbst als einen realen quantenmechanischen Vorgang aufzufassen versucht. Um diesem Widerspruch zu entgehen, wurde von Bohm und Aharonov [3] der Verdacht formuliert, daß das EPR-Experiment empirisch anders verläuft, als in der Quantentheorie behauptet. Das Experiment von Wu und Shaknov [4] hat jedoch die Voraussagen der Quantentheorie auch unter den extremen Bedingungen von EPR in vollem Umfang bestätigt. Dieses Ergebnis wurde auch in der erneuten kritischen Analyse durch Peres, Singer [5], Bohm und Aharonov [6] bestätigt.

Ein zweiter Versuch, die Interpretationsschwierigkeiten des EPR-Experiments durch Einführung lokaler verborgener Parameter zu beseitigen, erwies sich gleichfalls als nicht durchführbar. Bell [7] konnte zeigen, daß die Existenz lokaler verborgener Parameter, die die Interpretationsprobleme des EPR-Experiments hätten beseitigen können, mit den Formeln der Quantentheorie in Widerspruch steht. Die im Anschluß an diese Beobachtung aufgeworfene Frage, ob die für diesen Widerspruch verantwortlichen quantenmechanischen Gleichungen denn empirisch richtig seien, konnte in mehreren experimentellen Untersuchungen (Clauser et al. [8], Freedman [9]) eindeutig positiv beantwortet werden. Die Quantentheorie erwies sich auch in diesen sehr signifikanten Experimenten als empirisch richtig.

Da somit beide Versuche, das EPR-Paradoxon durch eine vermutlich sehr geringfügige Änderung der Quantentheorie aufzulösen, als gescheitert angesehen werden müssen, haben mehrere Autoren versucht, die durch das EPR-Experiment erzwungene paradoxe Situation in die Interpretation der Quantentheorie aufzunehmen, ohne deshalb wieder zu der Bohrschen Deutung zurückzukehren. Dieser von d'Espagnat [10], Jauch [11] u. a. eingeschlagene Weg lehnt sich möglichst eng an die durch v. Neumann [12] und Furry [13] gegebene quantenchemanische Formulierung des EPR-Experiments an und akzeptiert, um die orthodoxe Interpretation durchhalten zu können, gewisse paradoxe Züge der quantenmechanischen Objekte, wie etwa deren Unteilbarkeit auch bei beliebig großer räumlicher Separation der Teilsysteme. Daß eine derartige Einbeziehung des EPR-Experiments in die Interpretation der Theorie auch nicht zu Widersprüchen mit anderen, außerhalb der Quantentheorie liegenden Prinzipien, wie der relativistischen Kausalität, führt, kann im Rahmen einer relativistischen Verallgemeinerung des quantenmechanischen Meßvorgangs gezeigt werden (Schlieder [14]).

Die folgenden Überlegungen sollen zeigen, daß die bei Jauch und d'Espagnat aus dem augenblicklichen Stand der EPR-Diskussion gezogenen Konsequenzen, d. h. die Hinzunahme neuer paradoxer Eigenschaften der quantenmechanischen Systeme, von der Quantentheorie selbst nicht verlangt werden. Es zeigt sich vielmehr, daß die Schlußfolgerungen von EPR auch im Rahmen der Quantentheorie voll akzeptiert werden können: Unter den speziellen und extremen Bedingungen des EPR-Experiments tritt weder ein Widerspruch zur Nichtobjektivierbarkeitsthese und dem Phänomen der Interferenz der Wahrscheinlichkeit noch zur quantenmechanischen Theorie des Meßvorgangs auf. Dieses Ergebnis bestätigt die kürzlich von Scheibe [15] vertretene Auffassung, daß das bei EPR [1] dargestellte Paradoxon nicht als ein Widerspruch im formal logischen Sinne formuliert werden könne. Da somit eine echte Schwierigkeit, das EPR-Experiment im Rahmen der orthodoxen Interpretation zu verstehen, nicht vorliegt, erübrigt sich auch der Versuch, diese vermeintlichen Schwierigkeiten durch verborgene Parameter zu beheben, bzw. die darüber hinaus gehende Untersuchung der Frage, ob Abänderungen der Quantentheorie, die derartige Parameter erlauben würden, experimentell ausgeschlossen werden müssen.

1. Vorbemerkungen zur Quantentheorie

a) Der Meßprozeß

Die Quantenmechanik beschreibt ein physikalisches System S im einfachsten Fall durch einen Zustand φ, den wir auch durch den auf φ projizierenden Projektionsoperator $\mathbf{P}[\varphi]$ kennzeichnen wollen. Allgemeiner kann man annehmen, daß S sich in einem statistischen Gemisch von Zuständen φ_i befindet, das durch den statistischen Operator

$$\mathbf{W} = \Sigma\, w_i\, \mathbf{P}[\varphi_i]\,, \quad \mathrm{Sp}\,\mathbf{W} = 1 \tag{1}$$

beschrieben wird. Die Koeffizienten w_i sind dabei die Wahrscheinlichkeiten, das System S in einem Zustand φ_i vorzufinden. Eine Observable A, von der wir annehmen wollen, daß sie ein Punktspektrum A_j besitzt, also die Form $A = \sum_j A_j \mathbf{P}_{A_j}$ hat, wird dann im allgemeinen keinen wohldefinierten Wert S besitzen bzw. keinen Erwartungswert, der sich aus wohldefinierten, zu den Zuständen φ_i gehörigen Werten $A_{j(i)}$ mit Hilfe der Wahrscheinlichkeiten w_i berechnen läßt. Das ist vielmehr nur dann der Fall, wenn

$$\mathbf{P}[\varphi] = \sum_i \mathbf{P}_{A_i} \mathbf{P}[\varphi] \mathbf{P}_{A_i} \quad \text{bzw.}$$
$$\mathbf{W} = \sum_i \mathbf{P}_{A_i} \mathbf{W}\, \mathbf{P}_{A_i} \tag{2}$$

ist. In diesem Fall wollen wir die Observable A objektiv in bezug auf φ bzw. $\mathbf{W}$ nennen.

Auch wenn keine der Beziehungen (2) gilt, ist aber die Observable A in einem gewissen Sinne am System S meßbar. Durch den Meßvorgang wird nämlich der Zustand $\mathbf{P}$ bzw. $\mathbf{W}$ von S gemäß [16]

$$\mathbf{P}[\varphi] \to (\varphi; A) = \sum_i \mathbf{P}_{A_i} \mathbf{P}[\varphi]\, \mathbf{P}_{A_i}\,,$$
$$\mathbf{W} \to (\mathbf{W}; A) = \Sigma\, \mathbf{P}_{A_i}\, \mathbf{W}\, \mathbf{P}_{A_i} \tag{3}$$

in das Gemisch $(\varphi; A)$ bzw. $(\mathbf{W}; A)$ überführt, das wir hier stets als ein Lüders-Gemisch [17] ansehen wollen. In den Gemischen $(\varphi; A)$ und $(\mathbf{W}; A)$, in denen A objektiv ist, läßt sich zwar keine exakte Aussage über den Wert der Observablen A machen, wohl aber lassen sich Wahrscheinlichkeiten $w_\varphi(A_i)$ dafür angeben, daß A in dem in $(\varphi; A)$ befindlichen System den Wert A_i hat. Dadurch ist es auch im allgemeinen Fall möglich, für den Ausgang der Messung einer Observablen A an einem System S, das sich im Zustand φ bzw. $\mathbf{W}$ befindet, Wahrscheinlichkeitsaussagen zu machen.

Ein quantenmechanischer Prozeß, der als Modell für die durch (3) beschriebene Zustandsveränderung bei der Messung dienen kann, ist die Wechselwirkung zwischen dem System S und dem Meßgerät M [18–20]. Befindet sich z. B. S bei Beginn der Messung im Zustand φ, M im Zustand Φ und findet während der Zeitdauer t' eine durch H_{w} gekennzeichnete Wechselwirkung zwischen S und M statt, so ändert sich der Zustand von S + M gemäß

$$\varphi(\mathrm{S}) \otimes \Phi(\mathrm{M}) \to \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H_{\mathrm{w}} t'\right\}(\varphi(\mathrm{S}) \otimes \Phi(\mathrm{M}))\,. \tag{4}$$

Reduziert man diesen Zustand nach Beendingung der Wechselwirkung $(t > t')$ wieder auf das System S, so erhält man das Gemisch

$$(\varphi; A) = \mathrm{Sp}_{(\mathrm{M})}\left\{\mathbf{P}\left[\exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H_{\mathrm{w}} t'\right\}\varphi(\mathrm{S}) \otimes \Phi(\mathrm{M}),\right.\right. \tag{5}$$

das bei geeigneter Wahl des Meßgerätes M und der Wechselwirkung H_{w} die in (3) angegebene Form annimmt. Die für die Objektivierung der Observablen A wesentliche Zustandsänderung (3) wird also durch eine Wechselwirkung zwischen S und M und durch die Reduktion (5) hervorgerufen.

b) Die Nichtobjektivierbarkeit

Die Theorie des Meßvorgangs zeigt, daß etwa $w_\varphi(A_i)$ die Wahrscheinlichkeit dafür ist, nach einem Meßprozeß an einem ursprünglich im Zustand φ befindlichen System den Wert A_i der Observablen A zu finden. Darüber hinaus macht die Quantentheorie aber die bemerkenswerte Feststellung, daß man sich nicht vorstellen dürfe, daß das im Zustand φ befindlich System auch schon vor der Messung einen bestimmten Wert A_i (objektiv) besitzt, und dieser nur (subjektiv) unbekannt sei. Solange S sich in dem Zustand φ befindet, ist der Wert von A vielmehr objektiv unentschieden. Man bezeichnet daher die Observable A auch als nicht objektiv in bezug auf φ. Die Wahrscheinlichkeit $w_\varphi(A_i)$ für den Wert einer nicht objektiven Observablen bezieht sich daher ausschließlich auf die Situation nach Ablauf des durch (3) beschriebenen Meßvorganges [21].

Der Grund für diese Nichtobjektivierbarkeit einer Observablen A ist in dem Phänomen der Interferenz der Wahrscheinlichkeit zu suchen. Um das zu sehen, betrachten wir eine weitere Observable

$$B = \Sigma\, B_i \mathbf{P}_{Bi}\,, \; \Sigma\, \mathbf{P}_{Bi} = 1\,,$$

die mit A nicht kommensurabel ist, für die also $[A, B]_- \neq 0$ gilt. Die Wahrscheinlichkeit nach einer Messung an dem System S, das sich im Zustand φ befunden hat, den Wert A_i zu erhalten, kann man dann in der Form

$$\begin{aligned} w_\varphi(A_i) &= \mathrm{Sp}\,\{\mathbf{P}[\varphi]\,\mathbf{P}_{Ai}\} \\ &= \mathrm{Sp}\,\{\sum_\beta \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{P}[\varphi] \sum_{\beta'} \mathbf{P}_{B\beta'}\,\mathbf{P}_{Ai}\} \\ &= \mathrm{Sp}\,\{(\sum_\beta \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{P}[\varphi]\,\mathbf{P}_{B\beta})\,\mathbf{P}_{Ai}\} + w_\varphi^{\mathrm{int}}(A, B) \end{aligned} \tag{6}$$

schreiben. Der erste Term auf der rechten Seiten von Gl. (6) ist die Wahrscheinlichkeit dafür, den Wert A_i in dem durch eine B-Messung entstehenden Gemisch

$$(\varphi; B) = \sum_\beta \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{P}[\varphi]\,\mathbf{P}_{B\beta} \tag{7}$$

vorzufinden. Das ist die Wahrscheinlichkeit für A_i, die man erhalten würde, wenn man B objektivieren könnte, d. h. wenn man annehmen könnte, daß die durch B-Messung entstehende statistische Verteilung bereits im Zustand φ vorhanden wäre. Der zweite Term auf der rechten Seite der Gl. (6), der Interferenzterm [22]

$$\begin{aligned} w_\varphi^{\mathrm{int}}(A, B) &= \mathrm{Sp}\,\{\sum_{\beta \neq \beta'} \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{P}[\varphi]\,\mathbf{P}_{B\beta'}\,\mathbf{P}_{Ai}\} \\ &= \mathrm{Sp}\,\{\mathbf{P}[\varphi] \sum_{\beta \neq \beta'} \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{P}_{Ai}\,\mathbf{P}_{B\beta'}\} \end{aligned} \tag{8}$$

ist aber wegen $[A, B]_- \neq 0$ selbst $\neq 0$. Es ist daher nicht möglich zu behaupten, daß die nach einer B-Messung vorliegende statistische Verteilung von B-Werten auch schon in Zustand φ vorgelegen hätte. Die Observable B ist daher nicht objektiv in φ.

Falls sich S in einem Gemischzustand W befindet, erhält man für die Wahrscheinlichkeit, den Wert A_i vorzufinden, analog zu (6) und (7)

$$w_{\mathrm{W}}(A_i) = \mathrm{Sp}\,\{(\sum_\beta \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{W}\,\mathbf{P}_{B\beta})\,\mathbf{P}_{Ai}\} + w_{\mathrm{W}}^{\mathrm{int}}(A, B)\,, \tag{9}$$

wobei wieder der erste Term auf der rechten Seite die Wahrscheinlichkeit dafür ist, den Wert A_i in dem Gemisch

$$(\mathbf{W}; B) = \sum_\beta \mathbf{P}_{B\beta}\,\mathbf{W}\,\mathbf{P}_{B\beta} \tag{10}$$

vorzufinden, das aus W durch eine B-Messung entsteht. Da auch hier wegen $[A, B]_- \neq 0$ der Interferenzterm $w_{\mathrm{W}}^{\mathrm{int}}(A, B)$ im allgemeinen $\neq 0$ ist, so kann man die Observable B in dem Gemisch $\mathbf{W}$ ebenso wenig objektivieren wie in dem Zustand φ.

2. Das EPR-Gedankenexperiment

a) Das Gedankenexperiment

Wir betrachten zwei Spin $\frac{1}{2}$-Systeme S_I bzw. S_{II} und die an diesen meßbaren Spinkomponenten $\sigma_I(\vartheta, \varphi)$ bzw $\sigma_{II}(\vartheta, \varphi)$ [siehe [3]]. Dabei sei ϑ der Winkel gegen die z-Achse und φ der von der x-Achse aus gemessene Winkel in der $(x\text{-}y)$-Ebene. Wir beschränken uns im folgenden auf den Fall $\varphi = 0$ und schreiben für die Observablen $\sigma_I(\vartheta)$ bzw. $\sigma_{II}(\vartheta)$. Die zu S_I bzw. S_{II} gehörigen Hilbert-Räume seien mit $\mathcal{H}_I$ bzw. $\mathcal{H}_{II}$ bezeichnet und Zustandsvektoren mit $\varphi \,\varepsilon\, \mathcal{H}_I$ bzw. $\psi \,\varepsilon\, \mathcal{H}_{II}$. Speziell die zu den Eigenwerten ± 1 der Operatoren $\sigma_I(\vartheta)$ bzw. $\sigma_{II}(\vartheta)$ gehörigen Vektoren seien mit $\varphi_\pm(\vartheta)$ bzw. $\psi_\pm(\vartheta)$ bezeichnet.

Wir betrachten das Gesamtsystem $S_I + S_{II}$ in einem zum Hilbert-Raum $\mathcal{H}_I \otimes \mathcal{H}_{II}$ gehörigen Zustand mit dem Gesamtspin 0, also etwa $\varphi_+(\vartheta) \otimes \psi_-(\vartheta)$. Die Systeme mögen dann eine bestimmte Zeit durch eine den Drehimpuls erhaltende Wechselwirkung miteinander verbunden sein und sich nach Beendigung der Wechselwirkung räumlich voneinander entfernen. Nach der Wechselwirkung sei dann das Gesamtsystem in dem Zustand (Singlett)

$$\Phi(\vartheta) = \Phi(S_I + S_{II}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \big(\varphi_+(\vartheta) \otimes \psi_-(\vartheta) - \varphi_-(\vartheta) \otimes \psi_+(\vartheta)\big) \qquad (11)$$

also einer antisymmetrischen Superposition der Zustände

$$\Phi_{+-}(\vartheta) = \varphi_+(\vartheta) \otimes \psi_-(\vartheta)\,,$$
$$\Phi_{-+}(\vartheta) = \varphi_-(\vartheta) \otimes \psi_+(\vartheta)\,. \qquad (12)$$

Wir nehmen an, daß die im Zustand $\Phi(\vartheta)$ befindlichen Systeme sich hinreichend weit voneinander entfernt haben, d. h. der räumliche Abstand R sei so groß, daß keine Wechselwirkung mehr zwischen den Systemen möglich ist. Dann kann man folgende Schlüsse ziehen:

I. Wenn man durch Messung von $\sigma_I(\vartheta)$ an S_I den Wert ± 1 erhält, dann weiß man auf Grund der Struktur von $\Phi(S_I + S_{II})$, daß dann eine darauf folgende Messung von $\sigma_{II}(\vartheta)$ an S_{II} den Wert ∓ 1 ergibt.

II. Wegen des großen Abstandes R der Systeme S_I und S_{II} ist eine materielle Beeinflussung des Systems S_{II} durch die Spin-Messung an S_I nicht möglich. Also lag der Wert von $\sigma_{II}(\vartheta)$, der sich bei einer Messung in S_{II} ergibt, bereits vor der Messung in S_I fest. Die Observable $\sigma_{II}(\vartheta)$ ist daher objektiv in S_{II}.

III. Man kann in S_I ebenso eine andere Observable $\sigma_I(\vartheta')$ in Richtung ϑ' messen. Die gleiche Schlußweise führt dann zu dem Ergebnis, daß der Wert von $\sigma_{II}(\vartheta')$ vorlag, schon bevor man eine Messung von S_I in Richtung ϑ' ausgeführt hat. Also sind die beiden Observablen $\sigma_{II}(\vartheta)$ und $\sigma_{II}(\vartheta')$ simultan objektiv in S_{II}.

Diese Schlußfolgerung scheint den beiden oben formulierten Prinzipien der Nichtobjektivierbarkeit und der Meßbarkeit durch reale Wechselwirkung zu widersprechen:

A) Es wird behauptet, daß in S_{II} die beiden, wegen $[\sigma_{II}(\vartheta), \sigma_{II}(\vartheta')]_- \neq 0$ nicht kommensurablen Observablen $\sigma_{II}(\vartheta)$ und $\sigma_{II}(\vartheta')$ simultan in S_{II} objektiv sind. Das scheint der Nichtobjektivierbarkeit und dem Phänomen der Interferenz der Wahrscheinlichkeit zu widersprechen.

B) Es wird behauptet, daß eine Observable $\sigma_{II}(\vartheta)$, die ursprünglich [in $\Phi(S_I + S_{II})$] keinen bestimmten Wert besitzt, gemessen werden könne, ohne daß dazu eine Wechselwirkung mit dem betreffenden System S_{II} erforderlich sei. Das scheint der Behauptung zu widersprechen, daß die Messung einer nicht-objektiven Größe erst durch die Wechselwirkung zwischen dem Objekt und dem Meßgerät ermöglicht wird.

b) Das formale EPR-Argument

Zur Überprüfung der an sich einleuchtenden verbalen Argumentation soll der gleiche Schluß im Rahmen des quantenmechanischen Formalismus nachvollzogen werden. Wir bezeichnen mit $\mathbf{P}[\varphi]$ bzw. $\mathbf{P}[\Phi]$ den auf einen Zustand φ bzw. Φ projizierenden Projektionsoperator. Dann liefert die Quantentheorie das folgende Ergebnis:

α) Die Messung der Observablen $\sigma_I(\vartheta')$ an S_I bzw. der auf das Gesamtsystem bezogenen Größe $\sigma_I(\vartheta') \otimes I_{II}$ an $S_I + S_{II}$ überführt den Zustand $\Phi = \Phi(S_I + S_{II})$ gemäß

$$\Phi \to (\Phi;\, \sigma_I(\vartheta')) = \sum_\alpha \mathbf{P}[\varphi_\alpha(\vartheta')]\,\mathbf{P}[\Phi]\,\mathbf{P}[\varphi_\alpha(\vartheta')]$$
$$= \sum_\alpha \mathbf{P}[\Phi_{\alpha,-\alpha}(\vartheta')]\,\mathbf{P}[\Phi]\,\mathbf{P}[\Phi_{\alpha,-\alpha}(\vartheta')] \qquad (13)$$

in ein von Φ wesentlich verschiedenes Gemisch. Es ist

$$(\Phi; \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')) = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\varphi_+(\vartheta') \otimes \psi_-(\vartheta')] + \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\varphi_-(\vartheta') \otimes \psi_+(\vartheta')] \qquad (14)$$

und es ist offenbar ohne Belang, ob man an $S_{\mathrm{I}} + S_{\mathrm{II}}$ die Observable $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ oder $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ mißt, denn

$$(\Phi; \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')) = (\Phi; \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')) = \mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')\,. \qquad (15)$$

In diesem durch Messung entstehenden Gemisch $\mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')$ sind die Meßwerte von $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ und $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ streng korreliert, und zwar so, daß die Meßwerte ± 1 von $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ den Meßwerten ∓ 1 von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ entsprechen. Das bestätigt die oben unter (I) gezogene Schlußfolgerung.

β) Wenn sich $S_{\mathrm{I}} + S_{\mathrm{II}}$ in dem in (11) angegebenen Zustand Φ befindet, dann befinden sich die Teilsysteme S_{I} und S_{II} in den Gemischzuständen $\mathbf{W}_{\mathrm{I}}$ und $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$

$$\mathbf{W}_{\mathrm{I}}(\vartheta) = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\varphi_+(\vartheta)] + \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\varphi_-(\vartheta)]\,,$$
$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta)] + \tfrac{1}{2}\,\mathbf{P}[\psi_-(\vartheta)]\,, \qquad (16)$$

die aus Φ durch Reduktion auf S_{I} bzw. S_{II} folgen. Diese aus $\mathbf{P}[\Phi]$ durch partielle Spurbildung entstehenden Operatoren $\mathbf{W}_{\mathrm{I}}$ und $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ sind bezüglich des Eigenwertes $\frac{1}{2}$ in $\mathcal{H}_{\mathrm{I}}$ bzw. $\mathcal{H}_{\mathrm{II}}$ vollständig entartet. Daraus folgt, daß die Spektralzerlegung etwa von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ nicht eindeutig ist, und man $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ auch als eine Vermischung von anderen orthogonalen Basiszuständen $\psi_a(\vartheta')$ auffassen kann. Formal sieht man das daran, daß bei einem Basiswechsel

$$\psi_\gamma(\vartheta) \rightarrow \psi_\gamma(\vartheta') = a_{\gamma\mu}\,\psi_\mu(\vartheta)$$

durch eine unitäre Transformation $[(a^{-1})_{\mu\gamma} = a^*_{\gamma\mu}$ für beliebige $f, g \,\varepsilon\, \mathcal{H}_{\mathrm{II}}]$ gilt

$$(f, \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta')\,g) = (f, \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,g)\,,$$

weshalb die Operatoren selbst gleich sind, d. h.

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta') \qquad (17)$$

gilt. Darüber hinaus kann man, wie v. Neumann [23] gezeigt hat, $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ auch als eine Vermischung aller normierbaren Zustände $\psi_\nu(\vartheta)$ mit beliebigen ϑ auffassen. Bildet man nämlich durch Integration über ϑ den Operator

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}' = \sum_\gamma \int \mathrm{d}\vartheta\, \mathbf{P}[\psi_\gamma(\vartheta)]\,,$$

so ist auch dieser wegen $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}' = 2\,\pi\,\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ nicht wesentlich verschieden.

Nimmt man nun das Vorliegen von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ in S_{II} als Berechtigung dafür, die Observable $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ in S_{II} als objektiv anzusehen, so kann man in gleicher Weise aus dem Vorliegen von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ auf die Objektivierbarkeit von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ schließen. Wegen des v. Neumannschen Resultates kann man darüber hinaus bei Vorliegen des entarteten Gemischzustandes $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ auf die simultane Objektivität aller $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ mit beliebigem ϑ schließen. Das rechtfertigt die oben in (III) ausgesprochene Schlußfolgerung.

γ) Der Meßvorgang einer der Spin-Observablen, etwa $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$, überführt das Gesamtsystem $S_{\mathrm{I}} + S_{\mathrm{II}}$ gemäß (13) und (15) in das Gemisch $\mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')$, er läßt jedoch die Zustände $\mathbf{W}_{\mathrm{I}}$ und $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ der Teilsysteme unverändert. Formal erfährt auch $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ die zu (13) analoge Veränderung

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) \rightarrow \sum_a \mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')]\,\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,\mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')] = (\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta);\, \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta'))\,,$$

die aber wegen

$$(\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta);\, \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')) = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta') \qquad (18)$$

und da $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ [wegen (17)] von ϑ nicht wirklich abhängt, den Zustand $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ nicht verändert. Es ist also

$$(\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta);\, \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')) = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) \qquad (19)$$

invariant gegenüber den Veränderungen durch den Meßvorgang.

Dieses Ergebnis folgt auch aus dem Umstand, daß der Zustand $\Phi(S_{\mathrm{I}} + S_{\mathrm{II}})$ und das Gemisch $\mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')$ die gleichen Reduktionen nach S_{II} haben. Es ist

$$\mathrm{Sp}_{(\mathrm{I})}\,\{\mathbf{P}[\Phi]\} = \mathrm{Sp}_{(\mathrm{I})}\,\{\mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')\} = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}\,. \qquad (20)$$

Damit wird die oben in (II) gezogene Schlußfolgerung bestätigt, daß nämlich der Wert von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ nicht nur nach, sondern auch vor dem Meßvorgang von $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ feststand. Da der Meßvorgang den Gemischzustand $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ nicht verändert, so stand der nach dem Meßvorgang, also in $(\Phi; \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta'))$ objektive Wert von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ auch schon vor diesem Meßeingriff fest.

Es lassen sich somit die durch (I), (II) und (III) ausgedrückten Schlußfolgerungen aus dem EPR-Gedankenexperiment, die zunächst nur in einer verbalen Argumentation gewonnen wurden, im Rahmen des quantenmechanischen Formalismus nachvollziehen. Auf einige Unterschiede in den Voraussetzungen dieser beiden Schlußweisen soll noch genauer eingegangen werden. Die Ergebnisse sind jedoch in beiden Fällen die gleichen, weshalb kein Anlaß mehr besteht, an der Stringenz der EPR-Argumentation zu zweifeln.

3. Diskussion des EPR-Experiments

a) Sowohl die verbale als auch die formale quantenmechanische Behandlung des EPR-Experiments hat zu dem Ergebnis geführt, daß

I. Die Objektivierung mehrerer miteinander nicht kommensurabler Observabler $\sigma_{II}(\vartheta)$, $\sigma_{II}(\vartheta')$ simultan im System S_{II} möglich ist.

II. Eine Messung einer im Zustand $\Phi(S_I+S_{II})$ nicht objektiven Größe, etwa $\sigma_{II}(\vartheta)$ möglich ist, ohne daß eine reale Wechselwirkung zwischen dem Meßgerät und dem Objekt, also dem System S_{II} stattfindet.

Diese beiden Konsequenzen scheinen aber den oben genannten Feststellungen zu widersprechen, daß nämlich inkommensurable Größen nicht gleichzeitig objektiviert werden können und daß die Messung einer nicht objektiven Größe mit Hilfe realer Wechselwirkungen in einem Meßprozeß möglich ist. Bevor dieser vermeintliche Widerspruch diskutiert werden soll, wollen wir zunächst einige Einwände besprechen, die gegen die EPR-Argumentation vorgebracht worden sind.

b) Die besonders von Jauch [24] hervorgehobene Tatsache, daß sowohl aus der verbalen als auch aus der formalen EPR-Diskussion folgt, daß sich S_{II} nach und vor der Messung des Spins $\sigma_I(\vartheta')$ in S_I in dem Gemisch $\mathbf{W}_{II}$ befunden hat, wird von Hooker [25] bestritten. Hooker weist darauf hin, daß der Gesamtzustand $\Phi(S_I+S_{II})$ bei der Messung [vgl. Gl. (13)]

$$\Phi(S_I+S_{II}) \rightarrow \mathbf{W}_\Phi(\vartheta') = \Sigma\, \mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')]\, \mathbf{P}[\Phi]\, \mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')]$$

in das Gemisch $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta')$ überführt wird, das sich experimentell von Φ unterscheiden läßt (vgl. Furry [13]). Hooker schließt aus der Tatsache, daß das Gesamtsystem eine echte Veränderung erfährt, daß deshalb auch die Zustände der Teilsysteme echt verändert werden, S_{II} sich also nach der Messung nicht im gleichen Zustand wie vor der Messung befinden kann. Dieser Schluß ist jedoch nicht richtig. Der Zustand $\mathbf{W}_{II}(\vartheta)$ des Teilsystems S_{II} bleibt wegen (18) und (19) invariant unter dem Meßprozeß, d. h.

$$\mathbf{W}_{II}(\vartheta) \rightarrow \Sigma\, \mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')]\, \mathbf{W}_{II}(\vartheta)\, \mathbf{P}[\Phi_{a,-a}(\vartheta')] = \mathbf{W}_{II}(\vartheta') = \mathbf{W}_{II}(\vartheta)\,.$$

Sowohl $\Phi(S_I+S_{II})$ als auch $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta')$ haben daher die gleichen Reduktionen nach S_{II}

$$\mathrm{Red}_{II}\,(\Phi(S_I+S_{II})) = \mathrm{Red}_{II}\,(\boldsymbol{W}_\Phi(\vartheta')) = \mathbf{W}_{II}(\vartheta)$$

und der Zustand von S_{II} ist daher vor und nach der Messung der gleiche.

In der verbalen Diskussion des EPR-Arguments wird hervorgehoben, daß die Systeme S_I und S_{II} einen hinreichend großen räumlichen Abstand R besitzen sollen. Scheibe [15] hat darauf hingewiesen, daß das in der formalen Diskussion erhaltene Resultat, daß die Observablen $\sigma_{II}(\vartheta)$ objektiv sind, nicht vom Abstand R der Systeme abhängt. Die Voraussetzung der räumlichen Separation ist daher für den Schluß auf die Objektivität gewisser Observabler nicht wesentlich. Insofern ist Scheibes Beobachtung zutreffend. Man kann daraus aber nicht schließen, daß die in der verbalen Diskussion betonte räumliche Separierung überhaupt unwichtig sei. Da nämlich der Schluß auf die Objektivität nicht vom Abstand abhängt, so gilt er auch für $R \rightarrow \infty$. In dieser extremen Situation des EPR-Experiments gibt es aber keine Möglichkeit mehr, die durch einen Meßvorgang erzeugte Objektivierung durch eine reale Wechselwirkung zwischen dem Objekt S_{II} und dem Meßgerät zu erklären. Diese Wechselwirkung – etwa in einem Stern-Gerlach-Versuch – findet im vorliegenden Fall nur zwischen dem Meßgerät und dem System S_I statt. Das EPR-Experiment ist gerade aus diesem Grunde als ein Beispiel für eine Situation angesehen worden, in der die Messung einer beliebigen Observablen [hier $\sigma_{II}(\vartheta)$] nicht durch reale Wechselwirkung zu erklären ist (vgl. Bohm und Aharonov [6] und Bub [26]).

c) Es sind in der Vergangenheit verschiedene Vorschläge gemacht worden, den oben dargestellten vermeintlichen Widerspruch zwischen der quantenmechanischen Beschreibung des EPR-Experiments einerseits und der These von der Nichtobjektivierbarkeit sowie der Quantentheorie des Meßvorgangs andererseits aufzulösen. Wir wollen die wichtigsten dieser Vorschläge kurz besprechen, wobei wir den Versuch einer Widerlegung des EPR-Arguments durch Bohr ausdrücklich ausklammern, da Bohr von anderen Voraussetzungen ausgeht.

α) Bohm und Aharonov [3] haben die Frage gestellt, ob das System S_I+S_{II}, das zu Beginn des EPR-Experiments im Zustand $\Phi(S_I+S_{II})$ sich befunden hat, auch bei hinreichend großem Abstand R noch in diesem Zustand ist oder in ein Gemisch $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)$ übergeht (allerdings in Widerspruch zur

Quantentheorie). Im letzteren Fall würden die Interpretationsschwierigkeiten des EPR-Experiments verschwinden. Da es Operatoren gibt, deren Erwartungswerte sich unabhängig von R in Φ und $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)$ unterscheiden, so läßt sich die gestellte Frage im Prinzip experimentell beantworten. Bildet man nämlich aus den beiden vertauschbaren Operatoren $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ und $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ den 2-Teilchen-Operator

$$\Theta(\vartheta', \vartheta'') = \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta') \otimes \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'') \tag{21}$$

so findet man

$$\langle \Theta(\vartheta', \vartheta'') \rangle_\Phi = \mathrm{Sp}\{\mathbf{P}[\Phi]\,\Theta(\vartheta', \vartheta'')\} = -\cos(\vartheta' - \vartheta''), \tag{22 a}$$

$$\langle \Theta(\vartheta', \vartheta'') \rangle_{\mathrm{W}_\Phi(\vartheta)} = \mathrm{Sp}\{\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)\,\Theta(\vartheta', \vartheta'')\} = -\cos(\vartheta' - \vartheta)\cos(\vartheta'' - \vartheta). \tag{22 b}$$

Für voneinander verschiedene Winkel ϑ, ϑ', ϑ'' kann man also Φ und $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)$ unterscheiden. Das Experiment von Wu und Shaknov [4] zeigt eindeutig, daß auch bei großen Abständen R die Korrelationen zwischen S_{I} und S_{II} durch Φ und nicht durch $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)$ richtig beschrieben werden. Die Quantentheorie wird dadurch bestätigt, weshalb sich für eine Auflösung des EPR-Paradoxons in dem erwähnten Sinne kein Anhaltspunkt bietet.

β) Bell [7] hat die Frage diskutiert, ob sich die Korrelationen zwischen den Meßwerten von $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ und $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ durch Einführung von verborgenen Parametern, die die Meßwerte prädeterminieren, erklären lassen. Bezeichnet man die verborgenen Parameter durch λ und die von diesen Parametern abhängigen Ergebnisse der Messungen an Einzelsystemen von $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$ bzw. $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ mit $M_{\mathrm{I}}(\lambda, \vartheta')$ bzw. $M_{\mathrm{II}}(\lambda, \vartheta'')$, so folgt, daß es derartige „lokale" Parameter λ nicht gibt, wenn man unter M_{I} bzw. M_{II} Funktionen versteht, die nur von (λ, ϑ') bzw. (λ, ϑ'') abhängen. Bell konnte zeigen, daß es nicht möglich ist, durch geeignete Wahl von λ und einer Funktion $\varrho(\lambda)$ den Erwartungswert $\langle \Theta(\vartheta', \vartheta'') \rangle_\Phi$ in der Form

$$\langle \Theta(\vartheta', \vartheta'') \rangle_\Phi = \int \mathrm{d}\lambda\, \varrho(\lambda)\, M_{\mathrm{I}}(\lambda, \vartheta')\, M_{\mathrm{II}}(\lambda, \vartheta'')$$

auszudrücken. Eine Abänderung der Quantentheorie von der Art, daß eine derartige Formulierung möglich wäre, konnte inzwischen experimentell ausgeschlossen werden [8, 9].

γ) Da sich die Quantentheorie in jeder Hinsicht experimentell bestätigen ließ, läßt sich das EPR-Paradoxon weder dadurch auflösen, daß man den Zustand Φ durch ein Gemisch $\mathbf{W}_\Phi(\vartheta)$ ersetzt, noch dadurch, daß man Φ durch lokale verborgene Variable parametrisiert. Um die orthodoxe Interpretation der Quantentheorie beibehalten zu können, schließen d'Espagnat [10] und Jauch [11] aus dem EPR-Experiment, daß quantenmechanische Systeme S untrennbar sind, auch wenn die Teilsysteme beliebig weit voneinander getrennt sind. Damit wird in die Theorie des Meßvorganges ein nichtlokales Element hineingebracht. Es ist offensichtlich, daß man durch die Annahme einer solchen in keiner Weise erklärten und paradoxen Eigenschaft der quantenmechanischen Systeme das EPR-Experiment interpretieren kann. Man hat jedoch im Grunde die Schwierigkeit nur verschoben.

4. Die Auflösung des EPR-Widerspruchs

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß aus der Quantentheorie einschließlich der Theorie des Meßvorganges zwei sich anscheinend widersprechende Schlüsse gezogen werden können. Aus der allgemeinen quantentheoretischen Diskussion folgt nämlich:

(I) In einem System S können nicht alle Observablen simultan objektiviert werden (Interferenzexperiment).

(II) Die nicht objektiven Observablen können in S dadurch gemessen werden, daß durch die Wechselwirkung mit dem Meßgerät das System S in ein Gemisch überführt wird, in dem die betreffende Größe objektiv ist.

Aus der quantentheoretischen Behandlung des EPR-Experiments folgt anderseits:

(I′) Es gibt Systeme, in denen man alle, auch die miteinander inkommensurablen Größen simultan objektivieren kann.

(II′) Es gibt Situationen, in denen man nicht objektive Größen messen kann, ohne daß eine reale Wechselwirkung zwischen dem Meßgerät und dem System vorhanden ist.

Da die beiden Schlußfolgerungen (I, II) und (I′, II′) aus der gleichen Theorie gewonnen wurden und da die Quantentheorie vermutlich keine inkonsistente Theorie ist, so ist zu erwarten, daß sich der Widerspruch zwischen (I, II) und (I′, II′) als ein Scheinwiderspruch erweist. Um das zu sehen, versuchen wir, die beiden Widersprüche zwischen I und I′ bzw. II und II′ im Formalismus der Theorie zum Ausdruck zu bringen.

a) der Widerspruch zur Nichtobjektivierbarkeit (I, I′)

Befindet sich ein System S in dem Gemischzustand $\mathbf{W}$, und sind A und B zwei am System meßbare Observable mit diskretem Spektrum und $[A, B] \neq 0$, so ist wegen (6) die Wahrscheinlichkeit dafür, den Meßwert A_i von A zu erhalten

$$\langle A_i \rangle_{\mathrm{W}} = \mathrm{Sp}\{(\sum_k \mathbf{P}_{B_k} \mathbf{W} \mathbf{P}_{B_k}) \mathbf{P}_{A_i}\} + w_{\mathrm{W}}^{\mathrm{int}}(A, B) \,. \tag{23}$$

Da für $[A, B] \neq 0$ der Interferenzterm $w_{\mathrm{W}}^{\mathrm{int}}(A, B) \neq 0$ ist, so schließt man, wie oben erläutert, aus dieser Gl. (23), daß man die Observable B im System, das sich in dem Zustand $\mathbf{W}$ befindet, nicht objektivieren kann.

Im EPR-Experiment ist $\mathrm{S} = \mathrm{S}_{\mathrm{II}}$ und $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}$. Die an diesem System meßbaren Observablen sind alle $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ mit beliebigem ϑ, wobei

$$[\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'), \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')]_- \neq 0 \,,$$

wenn $\vartheta' \neq \vartheta''$. Der statistische Operator $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ ist hier entartet, so daß wegen (16), (17)

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) = \tfrac{1}{2}\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta)] + \tfrac{1}{2}\mathbf{P}[\psi_-(\vartheta)] = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta') \tag{24}$$

gilt. Das durch Messung von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ daraus entstehende Gemisch

$$(\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,;\,\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')) = \sum_\alpha \mathbf{P}[\psi_\alpha(\vartheta')]\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,\mathbf{P}[\psi_\alpha(\vartheta')] = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta') = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) \tag{25}$$

ist daher nicht von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ verschieden. Das gleiche gilt für $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$.

Setzen wir jetzt, um den Vergleich mit (23) durchführen zu können, $A \equiv \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$, $B \equiv \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$, so ist für $\vartheta' \neq \vartheta''$ stets $[\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'), \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')]_- \neq 0$ wie oben vorausgesetzt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Größe $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ den Meßwert $+1$ annimmt, ist daher

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\rangle_{\mathrm{W_{II}}(\vartheta)} &= \mathrm{Sp}\{\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\}\\ &= \mathrm{Sp}\{\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\sum_\beta \mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\\ &\quad\times \mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\sum_{\beta'} \mathbf{P}[\psi_{\beta'}(\vartheta'')]\}\\ &= \mathrm{Sp}\{\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\sum_\beta \mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\\ &\quad\times \mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\} + w_{\mathrm{W_{II}}}^{\mathrm{int}}(\vartheta', \vartheta'') \,.\end{aligned} \tag{26}$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von (26) ist wegen der zyklischen Vertauschbarkeit der Spur der Erwartungswert von $\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]$ in dem Gemisch

$$\sum_\beta \mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\,\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,\mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')] = (\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,;\,\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')) \,, \tag{27}$$

das aus $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ durch Messung von $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ entsteht. Das ist der klassische Anteil von

$$\langle \mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\rangle_{\mathrm{W_{II}}(\vartheta)} \,.$$

Wegen (25) ist das Gemisch (27) aber gleich $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$, so daß man für den klassischen Anteil erhält

$$\mathrm{Sp}\{\sum_\beta \mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\,\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,\mathbf{P}[\psi_\beta(\vartheta'')]\,\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\} = \mathrm{Sp}\{\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,\mathbf{P}[\psi_+(\vartheta')]\} \,. \tag{28}$$

Da dieser Anteil mit der linken Seite der Gl. (26) übereinstimmt, so folgt,

$$w_{\mathrm{W_{II}}(\vartheta)}^{\mathrm{int}}(\vartheta', \vartheta'') = 0 \,, \tag{29}$$

d. h. hinter den gegebenen Verhältnissen verschwindet der Interferenzterm von Gleichung (26).

Die Behauptung, daß die Observable $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ objektiv in $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ ist, steht also gar nicht in Widerspruch zu irgendeiner Beziehung der Quantentheorie. Der Grund für dieses eigentümliche Verhalten ist in dem Umstand zu suchen, daß $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ vollständig entartet ist. Die zur $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ gehörigen Spektralscharen $\mathbf{P}[\psi_\alpha(\vartheta)]$ sind gerade die Spektralscharen aller Observablen, die an S_{II} überhaupt meßbar sind. Daraus folgt, daß die Messung einer solchen Observablen $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ nicht wirklich ändert. Es ist daher natürlich auch nicht möglich, durch Messung einer zur $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta'')$ inkommensurablen Größe $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')$ das Gemisch $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ von dem durch Messung entstehenden Gemisch $(\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)\,;\,\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta''))$ zu unterscheiden. Der Interferenzterm muß also verschwinden.

Die Auflösung des Widerspruches zwischen dem EPR-Experiment und der Nichtobjektivierbarkeit muß somit dadurch erfolgen, daß man die Behauptung der Nichtobjektivierbarkeit in der folgenden Weise präzisiert, um dadurch unzulässige Verallgemeinerungen zu vermeiden: Ist S ein System, $\mathbf{W}$ ein Gemisch und sind A und B zwei am System meßbare Observable mit $[A, B]_- \neq 0$, dann kann man B in $\mathbf{W}$ im allgemeinen nicht objektivieren, weil der Erwartungswert von A in $\mathbf{W}$ und in dem aus $\mathbf{W}$ durch eine B-Messung entstehenden Gemisch $(\mathbf{W}; B)$

verschieden ist. Es sei denn, $\mathbf{W}$ ist entartet, und zwar in Hinblick auf die Spektralscharen aller meßbaren Observablen A und B. In diesem Fall ist nämlich der Interferenzterm $w_{\mathbf{W}}^{\mathrm{int}}(A,B)$ auch dann gleich Null, wenn $[A,B]_- \neq 0$ ist. Der Erwartungswert von A ist dann in $\mathbf{W}$ und in dem daraus durch B-Messung entstehenden Gemisch $(\mathbf{W}; B)$ gleich.

b) Der Widerspruch zur Meßtheorie (II, II′)

Ist ein System S in einem Gemischzustand $\mathbf{W}$, so ist eine Observable A, für die

$$\mathbf{W} \neq \sum_i \mathbf{P}_{Ai}\,\mathbf{W}\,\mathbf{P}_{Ai}$$

gilt, nicht objektivierbar, wie das Phänomen der Interferenz der Wahrscheinlichkeit zeigt. Sie ist aber trotzdem meßbar, da durch die Wechselwirkung mit dem Meßgerät und der anschließenden Reduktion $\mathbf{W}$ gemäß

$$\mathbf{W} \rightarrow \sum_i \mathbf{P}_{Ai}\,\mathbf{W}\,\mathbf{P}_{Ai} = (\mathbf{W}; A)$$

übergeht in das Gemisch $(\mathbf{W}; A)$.

Im EPR-Fall ist wegen des beliebig großen Abstandes R zwischen S_{I} und S_{II} eine materielle Beeinflussung von S_{II} durch eine Messung an S_{I} nicht möglich. Zwar bewirkt eine $\sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')$-Messung den Übergang

$$\Phi(S_{\mathrm{I}}+S_{\mathrm{II}}) \rightarrow (\Phi; \sigma_{\mathrm{I}}(\vartheta')) = \mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')$$

und verändert dabei den Zustand von $S_{\mathrm{I}}+S_{\mathrm{II}}$ wirklich, sie läßt aber wegen

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta) \rightarrow (\mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta); \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta')) = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta') = \mathbf{W}_{\mathrm{II}}(\vartheta)$$

den Zustand $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ von S_{II} ungeändert, ebenso natürlich den von S_{I}. Die Veränderungen durch den Meßvorgang beziehen sich nicht auf die Teilsysteme, sondern auf die Korrelationen zwischen S_{I} und S_{II}. Diese sind in Φ und $\mathbf{W}_{\Phi}(\vartheta')$ verschieden, wie man z. B. an den Erwartungswerten (22 a) und (22 b) des Operators $\Theta(\vartheta', \vartheta'')$ sieht.

Die in S_{II} meßbaren Größen $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ erfüllen wegen der totalen Entartung von $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ die Beziehung

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}} = \sum_{\alpha} \mathbf{P}[\psi_\alpha(\vartheta)]\,\mathbf{W}_{\mathrm{II}}\,\mathbf{P}[\psi_\alpha(\vartheta)] \tag{30}$$

und sind daher in S_{II} objektiv. Eine Wechselwirkung von S_{II} mit einem Meßgerät, die $\mathbf{W}_{\mathrm{II}}$ gemäß

$$\mathbf{W}_{\mathrm{II}} \rightarrow (\mathbf{W}_{\mathrm{II}}, \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta))$$

in ein Gemisch überführt, in dem die Observable $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ objektiv ist, ist daher gar nicht erforderlich. Das Gemisch $(\mathbf{W}_{\mathrm{II}}, \sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta))$, das sonst erst durch einen materiellen Eingriff hergestellt werden muß und das dann die Objektivierung der zu messenden Größe ermöglicht, ist hier schon vorhanden. Ein Meßeingriff mit materieller Wechselwirkung ist im EPR-Fall nicht erforderlich, weil er nur das bewirken könnte, was schon vorhanden ist.

Zwischen dem EPR-Experiment und der Quantenthorie des Meßvorganges besteht daher kein Widerspruch. Das oben formulierte Paradoxon zeigt nur, daß die Interpretation der Veränderung

$$\mathbf{W} \rightarrow (\mathbf{W}; A),$$

die ein System im Zustand $\mathbf{W}$ bei einer A-Messung erfährt, durch einen realen physikalischen Prozeß nicht immer erforderlich ist. In dem besonderen, von EPR diskutierten Fall, in dem $\mathbf{W}$ total entartet ist, ist $\mathbf{W} = (\mathbf{W}; A)$ und daher eine Interpretation der Messung durch Wechselwirkung nicht erforderlich. Wegen des großen räumlichen Abstandes ist eine Wechselwirkung hier auch nicht möglich. Aber nur weil sie für den Meßvorgang nicht nötig ist, kann man unter den extremen Bedingungen des EPR-Experiments eine Messung der Größe $\sigma_{\mathrm{II}}(\vartheta)$ durch eine Beobachtung am S_{I} überhaupt durchführen.

Zusammenfassung

Die Überlegungen dieser Arbeit haben gezeigt, daß sich das EPR-Experiment [1, 3] widerspruchslos durch die Quantentheorie erklären läßt, ohne daß deswegen auf die Bohrsche Interpretation [2] dieser Theorie zurückgegriffen werden muß. Es ist vielmehr möglich, eine weitgehend realistische Deutung dieser Theorie beizubehalten, die den Meßvorgang selbst als einen quantenmechanischen Prozeß versteht. Die zunächst aufgetretenen Widersprüche zu den Behauptungen, daß

1. nicht alle Observablen simultan objektiviert werden können und daß
2. die Messung einer nicht objektiven Größe durch eine reale Wechselwirkung zwischen dem Objekt und dem Meßgerät ermöglicht wird,

lassen sich vollständig auflösen. Die beiden genannten Behauptungen gelten nicht so allgemein, wie sie häufig formuliert werden, und sollten daher schon in der Formulierung so eingeschränkt werden, daß bestimmte Ausnahme-Situationen – wie die des EPR-Experiments – ausdrücklich ausgeschlossen werden.

Da sich somit das EPR-Experiment ohne Schwierigkeiten durch die Quantentheorie und die dazugehörige Theorie des Meßvorganges verstehen läßt, erübrigt sich die Suche nach angeblich geeigneten Abänderungen der Quantentheorie, und der Versuch, derartige Abänderungen experimentell zu widerlegen oder zu bestätigen, wie etwa im Wu-Shaknov-Experiment [4]. Es erübrigt sich aber auch die Suche nach Erweiterungen der Quantentheorie durch verborgene Parameter, da durch solche Parameter nicht erklärt werden könnte, was nicht auch schon im Rahmen der herkömmlichen Quantentheorie erklärbar wäre. Die Feststellung [7], daß eine angeblich wünschenswerte Erweiterung der Quantentheorie durch lokale verborgene Parameter nicht möglich ist, verliert dadurch weitgehend an Bedeutung. Die darüber hinausreichende experimentelle Fragestellung [8, 9], ob gewisse Abänderungen der Quantentheorie, die die Einführung derartiger lokaler Parameter doch noch möglich machen würden, experiementell ausgeschlossen werden können, entbehrt somit jeder wirklichen Motivierung. Der negative Ausgang dieser Experimente bestätigt nur die – allerdings nicht leicht zu erkennende – Irrelevanz der zugrunde liegenden Fragestellung.

Herrn Prof. Dr. E. Scheibe (Göttingen) möchte ich für interessante und kritische Bemerkungen zu einer ersten – nicht publizierten – Fassung dieser Arbeit sowie für die Mitteilung eigener, inzwischen veröffentlichter Ergebnisse [15] vielmals danken. Desgleichen danke ich Herrn Prof. Dr. W. Büchel (Bochum) für eine schriftliche Stellungnahme. Für zahlreiche ausführliche Diskussionen über das EPR-Paradoxon bin ich weiterhin meinen Mitarbeitern, insbesondere Herrn Dr. E. Drope, zu Dank verpflichtet.

1 A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 [1935].
2 N. Bohr, Phys. Rev. **48**, 696 [1935].
3 D. Bohm and Y. Aharonov, Phys. Rev. **108**, 1070 [1957].
4 C. S. Wu and I. Shaknov, Phys. Rev. **77**, 136 [1950].
5 A. Peres and P. Singer, Nuovo Cim. **15**, 902 [1960].
6 D. Bohm and Y. Aharonov, Nuovo Cim. **17**, 964 [1960].
7 J. S. Bell, Physics **1**, 195 [1964].
8 J. F. Clauser et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 880 [1969].
9 S. J. Freedman and I. F. Clauser, Phys. Rev. Lett. **28**, 938 [1972].
10 B. d'Espagnat, Conceptions de la Physique, Hermann, Paris 1965.
11 J. M. Jauch, Foundations of Quantum Mechanics, Addison-Wesley, Reading (Mass.) 1968, p. 185.
12 J. v. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer-Verlag, Berlin 1932, p. 225 f.
13 W. H. Furry, Phys. Rev. **49**, 393 [1935].
14 S. Schlieder, Commun. math. Phys. **7**, 305 [1968].
15 E. Scheibe, The Logical Analysis of Quantum Mechanics, Pergamon Press, Oxford 1973, p. 173.
16 Ref. [12], p. 184.
17 G. Lüders, Ann. Physik **8**, 322 [1951].
18 G. Süßmann, Abh. d. Bayer. Wiss. Math. Nat. Kl. 1958.
19 P. Mittelstaedt, Philosophische Probleme der modernen Physik, IV. Aufl., Bibliographisches Institut, Mannheim 1972, Kap. III.
20 Ref. [11], p. 183.
21 Ref. [19], p. 133.
22 Wegen dieser Bezeichnung vgl. Ref. [19], p. 138.
23 Ref. [12], p. 175.
24 Ref. [11], p. 189, 190.
25 C. A. Hooker, "The Nature of Quantum Mechanical Reality: Einstein Versus Bohr", in Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain, University of Pittsburgh Press 1972.
26 J. Bub, "On the Completeness of Quantum Mechanics", in Contemporary Research on the Foundations and Philosophy of Quantum Theory, C. A. Hooker, ed., D. Reidel Publishing Co., Dordrecht-Holland 1973.